

Đề chính thức

MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian phát đề.

**Câu 1** (5,0 điểm)

1. Cho biểu thức  $P = \frac{2m + \sqrt{16m} + 6}{m + 2\sqrt{m} - 3} + \frac{\sqrt{m} - 2}{\sqrt{m} - 1} + \frac{3}{\sqrt{m} + 3} - 2$

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tìm giá trị tự nhiên của  $m$  để  $P$  là số tự nhiên.

2. Tính giá trị  $(a^3 + 15a - 25)^{2013}$  với  $a = \sqrt[3]{13 - 7\sqrt{6}} + \sqrt[3]{13 + 7\sqrt{6}}$ .

**Câu 2** (5,0 điểm)

1. Giải phương trình:  $\sqrt{x+5} + \sqrt{3-x} - 2(\sqrt{15-2x-x^2} + 1) = 0$ .

2. Tìm giá trị của  $m$  để hệ phương trình sau có nghiệm:

$$\begin{cases} 2x^2 + mx - 1 = 0 \\ mx^2 - x + 2 = 0 \end{cases}$$

**Câu 3** (5,0 điểm)

1. Tìm tất cả các số nguyên dương  $x, y, z$  thỏa  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 2$ .

2. Cho hai số  $x, y$  thỏa mãn:  $\begin{cases} x + y \leq 2 \\ x^2 + y^2 + xy = 3 \end{cases}$

Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $T = x^2 + y^2 - xy$ .

**Câu 4** (2,0 điểm)

Cho đường tròn  $(O; R)$  và hai điểm  $A, B$  nằm ngoài đường tròn sao cho  $OA = 2R$ . Tìm điểm  $M$  trên đường tròn để  $MA + 2MB$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Câu 5** (3,0 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn  $(O; R)$ . Gọi  $P$  là một điểm di động trên cung  $BC$  không chứa  $A$ .

1. Gọi  $M, N$  lần lượt là hình chiếu vuông góc hạ từ  $A$  xuống  $PB, PC$ . Chứng minh rằng đường thẳng  $MN$  luôn đi qua một điểm cố định.

2. Gọi  $I, D, E$  là chân các đường cao lần lượt hạ từ  $A, B, C$  xuống các cạnh  $BC, CA, AB$ . Chứng minh rằng chu vi tam giác  $IDE$  không đổi khi  $A, B, C$  thay đổi trên đường tròn  $(O; R)$  sao cho diện tích của tam giác  $ABC$  luôn bằng  $a^2$ .

—HẾT—

**Ghi chú:** Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.